

Artículo de Investigación

Modelos predictivos de los contagios de la COVID-19 para la provincia de Loja – Ecuador

Predictive models of COVID-19 infections for the province of Loja - Ecuador

Franco Salcedo ^{1*}, Galo Salcedo ²

¹ Universidad Técnica Particular de Loja, Loja, Ecuador, 110150

² Universidad Nacional de Loja, Loja, Ecuador, 110150; galo.salcedo@unl.edu.ec

*Correspondencia: fhsalcedo@utpl.edu.ec

Citación: Salcedo, F. & Salcedo, G., (2021). Modelos predictivos de los contagios de la COVID-19 para la provincia de Loja – Ecuador. *Novasinerгия*. 4(2). 62-77. <https://doi.org/10.37135/ns.01.08.04>

Recibido: 10 junio 2021

Aceptado: 17 agosto 2021

Publicación: 01 diciembre 2021

Novasinerгия
ISSN: 2631-2654

Resumen: La provincia de Loja, como en todo el mundo, ha sido afectada por la COVID-19, lo que puso a prueba la capacidad de los sistemas de salud y a sus gobernantes. Ante este escenario, obtener predicciones de los casos de contagios constituye un factor importante para tomar decisiones. Para predecir el nivel de contagios se utilizaron, el método numérico de las diferencias divididas, modelo logístico simple, un modelo logístico mejorado en el que se incluye la proporción de confinamiento y, el método de los mínimos cuadrados. Se utilizaron datos proporcionados por el Ministerio de Salud Pública del Ecuador en un período de 399 días desde la aparición de los primeros casos y su procesamiento se realizó con el Software GNU Octave, versión: 5.1.0. Los modelos logísticos son poco satisfactorios debido al desconocimiento de algunos factores, como la tasa de contagios, recuperados, movilidad de individuos contagiados y su interacción con los individuos no contagiados, la proporción del nivel de confinamiento en cada jurisdicción política. El método de los mínimos cuadrados ofrece mejores resultados para las predicciones, ya que no emplea tasas ni proporciones y minimiza el error cuadrático, es decir encuentra la curva que pasa entre los puntos de los datos.

Palabras clave: COVID-19, mínimos cuadrados, modelo logístico, modelo predictivo, pandemia.

Abstract: *The province of Loja, like the rest of the world, has been affected by COVID-19, which put the capacity of health systems and their leaders to the test. Given this scenario, obtaining predictions of the cases of contagion is an important factor in making decisions. To predict the level of infections, the numerical method of divided differences, a simple logistic model, an improved logistic model that includes the proportion of confinement, and the least squares method were used. Data provided by the Ministry of Public Health of Ecuador were used in a period of 399 days from the appearance of the first cases and their processing was carried out with the GNU Octave Software, version: 5.1.0. Logistic models are unsatisfactory due to insufficient information about some factors, such as the rate of infections, recoveries, mobility of infected individuals and their interaction with non-infected individuals, and the proportion of the level of confinement in each political jurisdiction. The method least squares offers better results for predictions, since it does not use rates or proportions and minimizes the quadratic error, that is, it finds the curve that passes between the data points.*

Keywords: COVID-19, least squares, logistics model, pandemic, predictive model.



Copyright: 2021 derechos otorgados por los autores a Novasinerгия.

Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos y condiciones de una licencia de Creative Commons Attribution (CC BY NC).

(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introducción

La COVID-19, afecta a un ser humano cuando se infecta por el síndrome respiratorio agudo severo (SARS-CoV-2) de la familia Coronaviridae, que afecta principalmente el tracto respiratorio de los pacientes infectados y que debido a su agresividad y expansión alrededor del mundo, fue declarado como pandemia según la Organización Mundial de la Salud (OMS) (Jebril, 2020). El número de nuevos casos y muertes por COVID-19 en todo el mundo se redujeron, a 5.5 millones de casos y más de 9000 muertes, pero a pesar de estos datos, la tendencia de casos y muertes se mantiene en los niveles más altos desde el comienzo de la pandemia; disminuyeron en las regiones de Europa y el Mediterráneo Oriental, mientras que la Región de Asia Sudoriental se incrementó un 6% incluyendo las cuatro variantes de SARS-CoV-2, B.1.1.7 (VOC202012 / 01); B.1.351 (501Y.V2); P.1; B.1.617, en relación al 11 de mayo de 2021 (WHO, 2021). En América Latina y el Caribe se encuentra activa la circulación de nuevas variantes de COVID-19 que aumentan los casos y las hospitalizaciones, mientras continúan administrando las vacunas disponibles. Entre las variantes de la COVID-19, se encuentra la P.1 de Brasil, que se cree que es de 2 a 2,5 veces más transmisible que el virus que dio origen a la pandemia, cuyas cifras de fallecimientos en la región se encuentra sobre los 958.300, que representa actualmente casi 3 de cada 10 muertes por COVID-19 reportadas en todo el mundo, según la Oficina de Coordinación de Asuntos Humanitarios (OCHA, 2021). La pandemia ha acentuado las desigualdades sociales como consecuencia de la disminución del ingreso, ha descubierto un sistema de salud fallido y desatendido, principalmente en los países en vías de desarrollo, como es el caso de Ecuador, en el que el virus fue introducido por migrantes ecuatorianos que llegaron desde España e Italia, agobiados por el contagio del COVID-19 (León & Vaca, 2021).

De acuerdo a la infografía No. 452 que ofrece información de la situación nacional por COVID-19, emitido por el Servicio Nacional de Gestión de Riesgos y Emergencias con corte al 24 de mayo de 2021, el Ecuador registra 419.198 casos confirmados con pruebas PCR, 366.425 pacientes recuperados, 20.210 fallecidos, de estos datos, las provincias con más casos siguen siendo Pichincha, Guayas y Manabí; el grupo etario que muestra un mayor número de contagios están las personas de 20 a 49 años de edad que corresponde al 60.1%. La provincia de Loja, registra 15.829 casos confirmados con pruebas PCR que representa el 3.8% de casos y 534 fallecidos (Servicio Nacional de Gestión de Riesgos y Emergencias, 2021). En las ciudades de mayor población, el crecimiento del nivel de contagios se relaciona con eventos masivos, la densidad poblacional, patrones de dispersión y la lenta respuesta del Ministerio de Salud (Fernández *et al.*, 2021).

El presidente de la República, Lenin Moreno, a fin de mitigar la emergencia sanitaria provocada por la COVID-19, el 17 de marzo de 2020 emitió el primer Decreto Ejecutivo No. 1017, en el que se declaraba el estado de excepción, toque de queda, restricción vehicular, paralización de transporte interprovincial y los vuelos comerciales en el territorio nacional, debido a la declaratoria de pandemia de COVID-19, por parte de la OMS (Registro Oficial del Ecuador, 2020a). Mediante Decreto Ejecutivo No. 1052 publicado en Registro Oficial Suplemento 209 el 22 de mayo de 2020, el presidente de la República, decreta la renovación del estado de excepción por calamidad pública en todo el territorio nacional, por los casos

confirmados y número de fallecidos a causa de la COVID-19 en Ecuador (Registro Oficial del Ecuador, 2020b). El gobierno nacional, acogiendo la recomendación del Comité de Operaciones de Emergencia (COE), suscribió el Decreto Ejecutivo No. 1291, disponiendo el Estado de Excepción por 28 días que rigió en las provincias de Azuay, Imbabura, Loja, Manabí, Santo Domingo de los Tsáchilas, Guayas, Pichincha, Los Ríos, Esmeraldas, Santa Elena, Tungurahua, Carchi, Cotopaxi, Zamora Chinchipe, El Oro y Sucumbíos desde las 20:00 h del viernes 23 de abril hasta las 23:59 h del jueves 20 de mayo, con la finalidad de precautelar la salud y la vida de la población ante el embate de la COVID-19 y sus nuevas variantes (Registro Oficial del Ecuador, 2021).

Para mitigar el impacto de la pandemia causada por la COVID-19, es vacunar las personas, para ello, es importante mantener un conjunto de datos en tiempo real registrados por autoridades sanitarias gubernamentales que permitan comprender el impacto potencial de las vacunas sobre la pandemia, como: tasa transmisión, morbilidad, mortalidad y las desigualdades de acceso a las vacunas en todos los países; los mismos que permitirán comprender el efecto de la vacunación en la propagación del virus y a la vez instar a los líderes mundiales tomar decisiones. En Ecuador, hasta el 24 de mayo de 2021 se han aplicado al menos una dosis a 1509795 personas, que representa el 8.7% de la población; y, las personas completamente vacunadas alcanzan 515361 personas, que representa el 3.0% de la población (Mathieu *et al.*, 2020).

Para predecir el comportamiento del avance de la pandemia, es necesario contar con modelos matemáticos predictivos que permitan replicar modelos epidemiológicos en los que se utilizan ecuaciones diferenciales, entre estos, se puede mencionar los modelos SIR (Susceptibles-Infectados-Recuperados), SI (Susceptibles-Infectados), SIS (Susceptibles-Infectados-Susceptibles) y sus variantes, en las que se consideran los individuos que se pueden infectar, los susceptibles, los infectados y los recuperados. En los modelos matemáticos básicos se consideran algunas variables que modifican los modelos epidemiológicos, como la vacunación, restricciones, entre otras (Sanz, 2016).

A partir del primer informe proporcionado por la OMS, el 21 de enero de 2020, aplicando un modelo de mapa iterativo tridimensional simple para pronosticar la propagación global de la pandemia, se puede esperar que el virus infecte aproximadamente al 23% de la población mundial, es decir, alrededor de 1.76 mil millones de personas, cobrando aproximadamente 83 millones de vidas. Se predijo que el número global de casos nuevos alcanzaría su pico el día 133 (a mediados del mes de mayo de 2020) con una estimación de 60 millones de nuevos casos por día. Las medidas de restricción parecen ser muy efectivas para posponer el pico, en el número diario de nuevos casos, que ocurriría en ausencia de cualquier intervención. Sin embargo, si se flexibilizan estas medidas, es probable que la propagación de la infección vuelva a su patrón de crecimiento exponencial original (Botha & Dednam, 2020).

Desde el primer caso confirmado en Daegu/Gyeongbuk (Korea), el 18 de febrero de 2020, se identificó el patrón de transmisión de COVID-19 aplicando un modelo matemático para predecir la transmisión y propagación del virus utilizando el método de los mínimos cuadrados, estimando que el número de transmisiones por paciente infectado era

aproximadamente 10 veces mayor en el área de Daegu/Gyeongbuk que el promedio a nivel nacional. El modelo predice que alrededor de 13.800 casos ocurrirían en todo el país y 11.400 casos en el área de Daegu/Gyeongbuk hasta mediados de junio de 2020 (Kim, Seo, & Jung, 2020).

Para predecir la evolución de la pandemia COVID-19 en varios países, se aplicó el modelo de regresión basado en el ajuste de los mínimos cuadrados con datos hasta el 16 de abril de 2020 en el que alertaba sobre el alcance de un pico ya que las nuevas infecciones comenzaban a disminuir en relación al día anterior. La tasa de crecimiento de la infección se adaptó a un decaimiento exponencial, en contraste a un decaimiento lineal que explican los modelos logísticos. El modelo logístico propuesto por Bhardwaj (2020) predice el número aproximado de infecciones totales al final del brote y ha sido validado en China y Korea del Sur en donde la pandemia ha disminuido. Sin embargo, en Italia, Alemania, España y Suecia, el modelo indica que la pandemia ha alcanzado el pico de la infección entre los meses de julio y agosto de 2020.

Un enfoque clave en las investigaciones para predecir el comportamiento de la infección provocada por la COVID-19 es a través de modelos matemáticos. En la mayoría de estudios orientados a lograr modelos fenomenológicos para describir con mayor precisión la dinámica epidemiológica se han utilizado la distribución gamma para describir el período de la infección por COVID-19, en otros se utilizó la distribución logarítmica normal, la distribución de Erlang y la distribución de Weibull. En los diferentes estudios, el impacto del seguimiento de contactos y el aislamiento social, la tasa de cuarentena, el uso de mascarillas protectoras, entre otros, es fundamental para la prevención y el control de epidemias. Las instituciones sanitarias y gubernamentales deben ser cautelosos al usar o formular predicciones basados en modelos matemáticos (Xiang *et al.*, 2021). Algunos estudios de predicciones basados en modelos epidemiológicos son poco fiables debido a la complejidad de las ecuaciones dinámicas y a los limitados parámetros de los modelos dinámicos de población; sin embargo, la incidencia en el tiempo en relación a la infección son uniformes y cóncavas por naturaleza, por lo que se debe incluir modelos epidemiológicos constituidos por curvas simples de aceleración para comprender la dinámica de la infección y predecir que se alcanzará el estado estable utilizando conceptos básicos de geometría (Paul, Reja, Kundu, & Bhattacharya, 2021).

Estimando la evolución de la COVID-19 en la población peruana, se utilizó el modelo SIR que permitió simular el comportamiento epidemiológico, teniendo como resultado que las medidas de restricción gubernamentales disminuyeron la tasa de propagación en un 30% de casos hasta el día pico de la infección; tales resultados sugieren que las acciones gubernamentales deben ser más efectivas para reducir la propagación del virus (Espinola *et al.*, 2020). En el departamento de Boyacá, Colombia, se utilizaron datos relacionados con los contagios durante los 108 primeros días de la pandemia, realizando un análisis descriptivo de los casos reportados, recuperados y fallecidos en función del tiempo; el comportamiento de los datos, evidencia que los casos reportados e infectados, obedecen a un ajuste exponencial, no así para el caso de los fallecidos (Cruz, 2021).

Para predecir el comportamiento de la propagación de la COVID-19 en Cuba, se han estimado las predicciones para los picos de casos confirmados, con la técnica de los mínimos cuadrados, utilizando datos de los 52 primeros días de la aparición de la infección, se emplearon el coeficiente de determinación ajustado, el criterio de información de Akaike y el error estándar de los residuos para medir la bondad de ajuste de los modelos, dando como resultado que el pico ocurriría en el mes de abril del 2020 (Medina, Cortés, & Cortés, 2020). Se han propuesto números modelos de predicciones sobre la epidemia COVID-19 en Wuhan y otras partes de China, estas han mostrado una amplia gama de variaciones. Sin embargo, estas responden a la dificultad para identificar las constantes de variabilidad de los casos confirmados. Se demuestra que el modelo básico SIR, funciona mejor que el modelo SEIR (Susceptibles-Expuestos-Infectados-Recuperados), utilizando el criterio de información de Akaike (AIC) para seleccionar el modelo (Roda, Varughese, Han, & Li, 2020).

Se utilizó las diferencias divididas para encontrar la tasa de crecimiento de una población de individuos, para realizar predicciones del avance de contagiados por la COVID-19 en los primeros días de la pandemia en España. Las predicciones se encontraron aplicando el modelo logístico lineal sencillo de Verhulst modificado, que consideró una tasa de confinamiento aplicado por autoridades gubernamentales, obteniendo resultados con predicciones con cierta exactitud en los primeros días, aunque no en los siguientes (Rebollo, 2020). La predicción de la pandemia se basa en la combinación de un modelo de crecimiento o logístico de Verhulst y un modelo predictivo a corto plazo basado en el análisis de series temporales; tal combinación de modelos, extrapolan o predicen el comportamiento de contagios y pueden condicionar otras variables que actúan como modificadores de la propagación del virus (Martínez, 2020). Empleando datos de la población con COVID-19, se generan curvas de predicción, inflexión, saturación y tiempo de evolución de la pandemia en Brasil, a través de simulaciones utilizando la ecuación logística, donde, la tasa de reproducción es proporcional a la población y a la cantidad de recursos disponibles (de Assis & de Carvalho, 2020). Es importante predecir la evolución de la epidemia para planificar los recursos hospitalarios para mejorar sus capacidades de respuesta ante la expansión del brote. Para la estimación se hace uso de las técnicas estadísticas de regresión no lineal junto con los modelos de Gompertz y logística generalizada. Los resultados de la predicción con los datos reales han demostrado una muy buena concordancia con los datos oficiales, alcanzando un coeficiente de determinación del 0.99, que indica que los modelos predictivos son adecuados para estimar la evolución de la COVID-19 (Cocconi & Roark, 2020). La estimación del crecimiento de los casos infectados por COVID-19 en la población cubana, se realizó mediante modelos logísticos, exponenciales y el método de los mínimos cuadrados para obtener parámetros lineales y no lineales, los mismos que alcanzaron resultados satisfactorios para la evaluación de la pandemia (Medina *et al.*, 2020).

El objetivo de esta investigación es obtener predicciones significativas del avance de los casos de contagios por COVID-19 en la provincia de Loja y comprender la importancia de aplicar restricciones para aplanar la curva del avance, aplicando modelos representados por ecuaciones diferenciales y métodos numéricos con información proporcionada por el Ministerio de Salud Pública desde el día 9 de abril de 2020 hasta el 20 de mayo de 2021.

2. Metodología

La investigación, tiene un enfoque descriptivo e interpretativo, con información de tipo cuantitativo, que busca predecir el nivel de contagios y la propagación de COVID-19 en la provincia de Loja, considerando datos recopilados entre el 9 de abril de 2020 hasta el 20 de mayo de 2021, proporcionados por el Ministerio de Salud Pública del Ecuador (MSP) a través del sitio <https://covid-19-loja-smartland.hub.arcgis.com/>, en el cual registra los casos diarios (Calvas, 2021).

Debido a la crisis de la pandemia, no se cuenta con datos reales sobre el número de habitantes de la provincia de Loja, por ello, para el presente trabajo investigativo se toman proyecciones para el año 2021 en base al cálculo de la tasa en base a proyecciones del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INEC) del año 2020, obteniéndose una población de 512.154 habitantes (Robalino, 2021). La ciudad de Loja, se encuentra ubicada a 680 km de distancia con respecto a Quito con coordenadas 03° 39' 55" y 04° 30' 38" de latitud Sur (9501249 N - 9594638 N); y, 79° 05' 58" y 79° 05' 58" de longitud Oeste (661421 E -711075 E), a una altitud de 2060 m.s.n.m., con un clima ecuatorial y temperatura promedio de 18 °C; su población económicamente activa está dedicada principalmente a la agricultura y ganadería (Municipio de Loja, s.f.).

Para el procesamiento de la información, gráficas y la solución de los modelos y métodos, se utilizó rutinas generadas en el software GNU Octave Versión: 5.1.0, de licencia pública y ejecutado en un sistema operativo Windows de 64 bits.

La tabla 1 presenta una revisión de los modelos, ecuaciones y soluciones empleados en la presente investigación que son de carácter predictivo; sin embargo, existes modelos estocásticos o probabilísticos que no se consideran.

Tabla 1: Fórmulas, ecuaciones y soluciones utilizados en el trabajo investigativo.

Ecuación	Modelo	Descripción	Detalle	Fuente
(1)	$f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	Derivada de una función analítica $f(x)$	Definición de la derivada	(Burden, Faires, & Burden, 2017)
	$f'(x) \approx f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}, \quad x_0 < x < x_1$	Primera diferencia dividida	Aproximación de la derivada analítica con datos discretos	(Burden <i>et al.</i> , 2017)
(2)	$y(x) = y_0 e^{Rx}, \quad y_0 > 0$	Modelo dinámico de crecimiento poblacional de Malthus	La constante de crecimiento R y recursos ilimitados, que se convierte en un modelo irreal	(Borzì, 2020)
	$R(y) = r \left(1 - \frac{y}{K}\right)$	Modelo de crecimiento poblacional de Verhulst	R depende del tamaño de la población y de la capacidad de carga $K > 0$	(Borzì, 2020)
(3)	$y'(x) = ry(x) \left(1 - \frac{y(x)}{K}\right)$	Ecuación diferencial, que representa el modelo logístico de Verhulst	Modelo con características de crecimiento lineal, con una condición inicial $y(x_0) = y_0$	(Borzì, 2020)
(4)	$y(x) = \frac{Ky_0}{y_0 + (K - y_0)e^{-r(x-x_0)}}$	Solución analítica del modelo logístico de Verhulst	Solución aplicando la técnica de separación de variables	(Borzì, 2020)

Continuación tabla 1: Fórmulas, ecuaciones y soluciones utilizados en el trabajo investigativo.

Ecuación	Modelo	Descripción	Detalle	Fuente
(5)	$y'(x) = ry(x)(K - y(x)),$ $y(0) = y_0$	Modelo logístico de Verhulst modificado	Modelo con variable de interacción entre infectados y no infectados	(Rebollo, 2020)
(6)	$y'(x) = ry(x)[(1 - C(t))K - y(x)],$ $y(0) = y_0$	Modelo logístico de Verhulst modificado	Modelo con la variable de confinamiento	(Rebollo, 2020)
(7)	$C(t) = \frac{C_{m\acute{a}x}}{1 + ae^{bt}}$	Modelo logístico de confinamiento	$C_{m\acute{a}x}$, es la proporción de confinamiento máxima; a , y b constates	(Rebollo, 2020)
	$r = y'(x)/y(x)(K - y(x))$	Razón de crecimiento	Razón de crecimiento para determinar la predicción de contagios	(Rebollo, 2020)
(8)	$\frac{y_1 - y_0}{1 - 0}, \frac{y_2 - y_1}{2 - 1}, \frac{y_n - y_{n-1}}{n - (n - 1)},$ $\Rightarrow \frac{dy}{dt}$ $r = (y_n - y_{n-1})/y_n(K - y_n)$	Razón de crecimiento del trabajo investigativo	Razón de crecimiento empleando el criterio de las diferencias divididas	(Rebollo, 2020)
(9)	$y_{n+1} = \frac{(rK-1) \pm \sqrt{(rK-1)^2 - 4ry_n}}{2r}$	Ecuación cuadrática, en función de las diferencias divididas	Ecuación utilizada para predecir los contagios en función de días anteriores	(Rebollo, 2020)
(10)	$y_{i+1} = y_{i+1} + f(x_i, y_i)h$	Solución numérica de Euler/Runge Kutta	Criterio de la pendiente (Ecuación Diferencial), con tamaño de paso h	(Chapra & Canale, 2015)
(11)	$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + e$	Criterio de los mínimos cuadrados	Estrategia para alcanzar el mejor ajuste	(Chapra & Canale, 2015)
(12)	$S_r = \sum_{i=1}^n e_i^2$ $= \sum_{i=1}^n (y_{i,medida} - y_{i,aproximada})^2$	Suma de los cuadrados de los residuos entre la y medida y la y aproximada	Procedimiento para genera un polinomio de grado n , para realizar la predicción en el tiempo t	(Chapra & Canale, 2015)
(13)	$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-(m+1)}}$	Error estándar del estimado	n = número de puntos m = grado del polinomio a encontrar. S_r = suma de los cuadrados de los residuos entre la y medida y la y aproximada	Chapra & Canale, 2015
(14)	$S_t = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	Suma total de los cuadrados alrededor de la media	Suma entre la y medida y la y aproximada	Chapra & Canale, 2015
(15)	$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$	Coefficiente de determinación	Coefficiente de determinación r^2 y el coeficiente de correlación r	Chapra & Canale, 2015

El modelo logístico de Verhulst ecuación (5) y su solución ecuación (4) que ofrece una solución exponencial, se utiliza para realizar el pronóstico del crecimiento de los casos de contagios y se compara con los datos reales para analizar su comportamiento y confiabilidad.

Un modelo logístico de Verhulst modificado ecuación (6), en el que se involucra las proporciones de confinamiento, se aplica para realizar la predicción de casos de contagios, tomando un valor de $C(0) = 0.01$ para el día 1 de confinamiento, y un valor de $C(200) = 0.0114$ para el día 200 de confinamiento. Su solución de la ecuación (6), se lo obtiene con el método numérico de Euler; y, se analiza el comportamiento de la proyección con los datos reales.

El método de los mínimos cuadrados permite generar un polinomio utilizando los datos publicados por el MSP del día 1 al 399 que corresponde al 20 de mayo de 2021; y, con este modelo se realiza la predicción de los casos de contagios, recuperados, fallecidos y contagios activos hasta el día 430 de la pandemia (20 de junio de 2021). Los casos activos, se obtiene de la relación en la ecuación (16):

$$\text{casos activos} = \text{contagios} - \text{recuperados} - \text{fallecimientos}. \quad (16)$$

La predicción con el método de los mínimos cuadrados, se obtiene un polinomio de grado 5 para la proyección de los casos confirmados, un polinomio de grado 6 para los contagios activos, porcentaje de incertidumbre que explica cada polinomio, el error estándar y la desviación estándar para todas las proyecciones.

3. Resultados

Los casos de contagio en la provincia de Loja, fueron registrados desde el 9 de abril de 2020 al que se considera el día 1 hasta el día 399 (20 de mayo de 2021). A partir del día 400 se realiza la predicción de casos no confirmados hasta el día 429 (19 de junio de 2021) aplicando las diferencias divididas y se encuentra la diferencia entre los datos reales de contagios y los proyectados desde el día 1 al 399. El resultado se presenta en la tabla 2.

Tabla 2: Predicción COVID-19, aplicando las diferencias divididas

Día	Fecha	Contagios	r	Predicción	Diferencia
1	9-Apr-20	49			
2	10-Apr-20	56	2.39878E-07	56	0
3	12-Apr-20	65	2.65716E-07	64	1
4	13-Apr-20	69	1.11251E-07	75	-6
5	14-Apr-20	72	7.99618E-08	73	-1
....
398	19-May-21	14868	1.72701E-09	14895	-27
399	20-May-21	14868	1.72701E-09	14881	-13
400*	21-May-21	14881	1.72701E-09	14881	0
401	22-May-21	14894	1.72701E-09	14894	0
426	16-Jun-21	15223	1.72701E-09	15223	0
427	17-Jun-21	15237	1.72701E-09	15237	0
428	18-Jun-21	15250	1.72701E-09	15250	0
429	19-Jun-21	15263	1.72701E-09	15263	0

La tabla 2 expone la razón de crecimiento (r) utilizando la ecuación (14), y la predicción de los casos confirmados utilizando ecuación (15) hasta el día 399. A partir del día 400 al 429 se considera predicción de casos no confirmados.

La figura 1 describe la representación de los casos confirmados por día aplicando el criterio de las diferencias divididas y se compara con los datos reales obtenidos hasta el día 399. La curva del modelo de las diferencias divididas se extrapola a partir del día 400 hasta el día 429 que corresponde al 19 de junio de 2021. El modelo presenta considerable similitud con los datos reales, que posteriormente fueron registrados por el Ministerio de Salud Pública, lo que comprueba que el modelo empleado permite predecir los casos de contagios con errores mínimos.

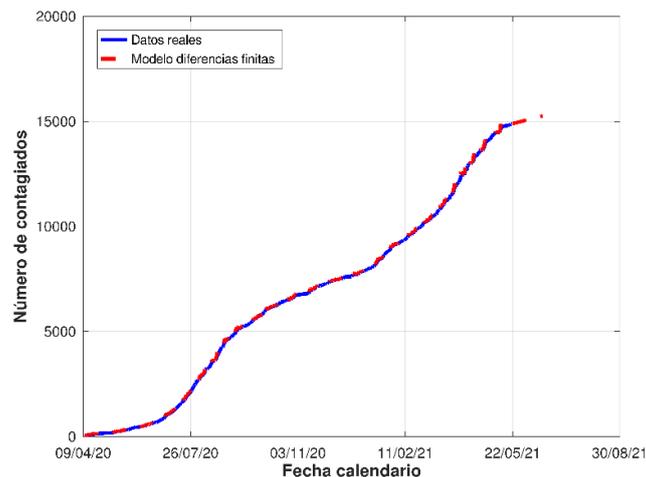


Figura 1: Modelo predictivo con las diferencias divididas. Casos confirmados hasta el día 399.

La figura 2 muestra la predicción de los casos de contagios utilizando el modelo logístico de Verhulst ecuación (5) desde el día 1 hasta el día 399 y tomando la tasa promedio de crecimiento de contagios $r = 2.83098005448519E-08$. El modelo ofrece una solución exponencial que, comparada con los datos reales, únicamente en el día 1 y día 399 ofrece una buena predicción. La explicación de su comportamiento, se debe a que en el modelo no se consideran factores que perturben la curva como: la interacción entre infectados y no infectados en diferentes jurisdicciones territoriales de la provincia de Loja, que las personas no infectados evitan salir de sus domicilios para no contagiarse, que los datos proporcionados por los organismos gubernamentales no son los verdaderos, entre otros.

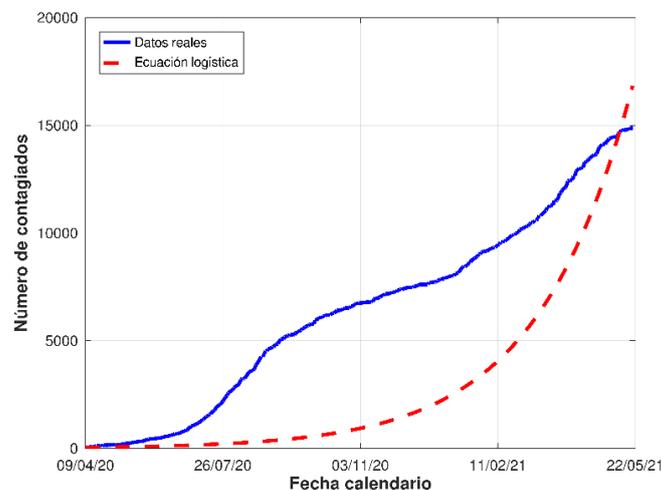


Figura 2: Modelo predictivo con la ecuación logística de Verhulst, considerando las interacciones entre infectados y no infectados, sin restricciones. Casos confirmados hasta el día 399 (20 de mayo 2021).

La figura 3 muestra la predicción de los casos de contagios aplicando el modelo logístico de Verhulst, ecuación (6) y la variable de confinamiento, ecuación (7) desde el día 1 hasta el día 399. Se consideró la proporción de confinamiento $C(0) = 0.01$ para el día 1, y una proporción de $C(200) = 0.0114$ para el día 200 de confinamiento y considerando la tasa promedio de crecimiento de contagios hasta el día 200, $r = 5.10777787627697E-08$. El modelo ofrece una solución mejorada al modelo exponencial, que, al comparar con los datos reales, se observa que la predicción mejora considerablemente en los días 1, 200 y 400 de la pandemia. Sin embargo, el modelo no ofrece una buena predicción, que puede explicarse por el desconocimiento real de las tasas de confinamiento y su aplicabilidad de acuerdo al criterio de los gobiernos parroquiales y cantonales de la provincia.

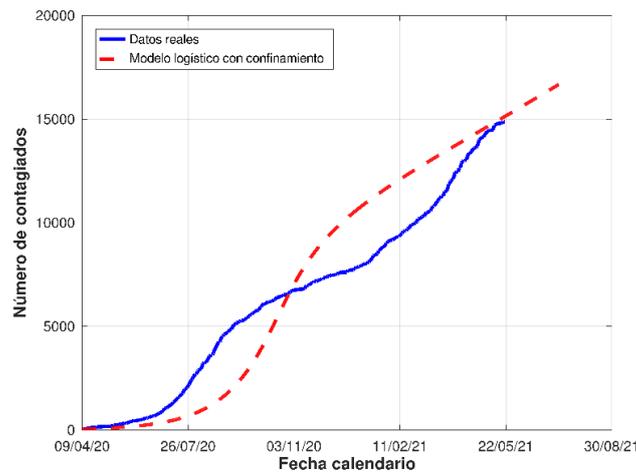


Figura 3: Modelo predictivo con la ecuación logística de Verhulst, aplicando porcentajes de confinamiento en el día 1 y día 200. Casos confirmados hasta el día 399 (20 de mayo de 2021).

La figura 4 muestra la predicción desde el 20 de mayo de 2021 al 20 de junio de 2021 (día 430) de los casos confirmados, recuperados, muertes y contagios activos aplicando el modelo predictivo por los mínimos cuadrados. El modelo toma los datos reales desde el día 1 hasta el día 399 (20 de mayo de 2021) y genera un polinomio para cada predicción. Con los polinomios se realizan extrapolaciones y con ello se consigue la predicción.

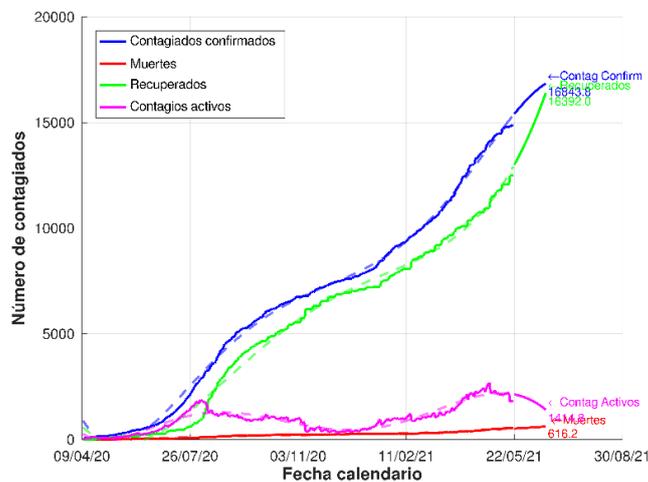


Figura 4: Modelo predictivo con el método de los mínimos cuadrados considerando los casos confirmados, recuperados, muertes, y contagios activos, hasta el día 399 (20 de mayo de 2021) con la predicción hasta el día 430 (20 de junio de 2021).

El comportamiento de la curva de contagios activos y recuperados generados con el método de los mínimos cuadrados, muestra una tendencia a la baja e incremento respectivamente a inicios del mes de mayo de 2021, situación que se justifica por el estado de excepción decretado por el Presidente de la República desde el viernes 23 de abril hasta el 20 de mayo de 2021 y por el inicio de la aplicación de las primeras vacunas contra la COVID-19, llegando a una predicción de 1415 de contagios activos y 16392 recuperados para el día 430 (20 de junio de 2021), como se observa en la figura 4 y resultados mostrados en la tabla 3.

Los resultados de las predicciones desde el día 20 de mayo de 2021 al 20 de junio de 2021, se muestran en la tabla 3. Los contagios confirmados es la predicción que mejor explica la incertidumbre con un 99.73%, que puede considerarse una predicción más realista, comparada con los recuperados, muertes y contagios activos.

Tabla 3: Resultado de la predicción de casos COVID-19 con los mínimos cuadrados.

	Predicción al día 430	Error estándar	Desviación estándar	Incertidumbre explicada (%)
Contagios confirmados	16844	229.75	4378.9	99.73
Recuperados	16392	307.19	3835.6	99.36
Muertes	616	27.99	140.39	96.06
Contagios activos	1415	196.56	624.38	90.24

4. Discusión

En el presente trabajo investigativo se utilizan cuatro modelos matemáticos para predecir los casos de contagios en la provincia de Loja asociados a la COVID-19. Se emplean datos de 400 días desde el 9 de abril de 2020 hasta el día 20 de mayo de 2021 publicados por el MSP. A partir del día 400 se hace la predicción hasta el día 430 que corresponde al 20 de junio de 2021, empleando las diferencias divididas, modelo logístico, modelo logístico modificado con confinamiento y el método de los mínimos cuadrados, que pusieron de manifiesto su ineficacia o eficacia en la predicción de casos de contagios.

El método de los mínimos cuadrados ofrece predicciones satisfactorias comparadas con los datos reales, ya que el modelo genera polinomios de predicciones que hacen al método efectivo en la extrapolación de contagios confirmados, recuperados, muertes y contagios activos. Este resultado se atribuye a que el modelo reduce al máximo el error cuadrático entre el valor real y valor aproximado. Resultados similares se obtuvieron en Kim *et al.* (2020), en el que el modelo predijo alrededor de 13.800 casos que ocurrirían en todo el país y 11.400 casos en el área de Daegu/Gyeongbuk hasta mediados de junio de 2020. Así también en el estudio realizado por Bhardwaj (2020) se predijo que, en Italia, Alemania, España y Suecia, la pandemia ha alcanzado el pico de la infección entre los meses de julio y agosto de 2020. En otro estudio realizado en Cuba, con el mismo modelo, utilizando datos de los 52 primeros días de la aparición de la infección, obtuvo como resultado que el pico ocurriría en el mes de abril del 2020 (Medina *et al.*, 2020a).

El criterio de las diferencias divididas explica mucha similitud con los datos reales, lo que permite predecir los casos de contagios con diferencias mínimas. Esto se explica por la

bondad de ajuste que ofrece la derivada numérica obtenida en forma tabular, frente a la derivada analítica. Tal como ocurre en la predicción hecha por Rebollo (2020) en los primeros días de la pandemia en España, quién empleó las diferencias divididas para encontrar la constante de crecimiento y aplicarlo al modelo lineal sencillo de Verhulst, obteniendo resultados con predicciones con cierta exactitud en los primeros días, aunque no en los siguientes. Sin embargo, al aplicar el modelo logístico de Verhulst en el presente estudio, se encontró una solución exponencial que no ofrece una buena predicción, debido a que el modelo excluye variables como la interacción entre infectados y no infectados, variables de confinamiento, vacunación y datos irreales proporcionados por los organismos gubernamentales. Por ello, para perfeccionar la predicción con el modelo logístico de Verhulst, se incluyó la variable de confinamiento, obteniendo un mejor resultado, aunque no ofrece una buena predicción, ya que se desconoce la tasa de confinamiento real.

Entre los modelos utilizados para realizar predicciones de acuerdo con los resultados, es importante destacar el método de los mínimos cuadrados, que ofrece predicciones satisfactorias comparadas con los datos reales, debido a la exclusión de variables que utilizan los modelos dinámicos y a la generación de ecuaciones polinómicas empleadas para las predicciones. Es así, que la predicción para el día 430 (20 de junio de 2021) tiene una tendencia a la baja, reduciéndose a 1415 casos de contagios activos y un incremento de casos recuperados que asciende a 16392, situación que se explica por el estado de excepción decretado por el Presidente de la República desde el viernes 23 de abril hasta el 20 de mayo de 2021 y por el inicio de la aplicación de las primeras vacunas contra la COVID-19; esto explica un nivel de incertidumbre de 99.73% para los contagios confirmados, 99.36% para los casos recuperados, 96.06% para los casos de muertes y 90.24% para los contagios activos. Estos resultados son de mucha importancia para los organismos de control en la toma de decisiones, y puede adaptarse no solo para predecir y tratar pandemias en el sector salud, sino para realizar predicciones en ámbitos económicos, administrativos, ambientales, etc.

Para futuras investigaciones en el que se emplee modelos dinámicos, es necesario identificar todas las variables que intervienen en la representación del fenómeno, así al generar predicciones, éstas serán más consistentes y reales.

5. Conclusiones

Luego de aplicar los cuatro modelos para predecir los contagios en la provincia de Loja, se concluye que el método de los mínimos cuadrados ofrece los mejores resultados para realizar las predicciones de contagios, ya que genera polinomios predictores, minimiza el error cuadrático y explica un nivel de incertidumbre de 99.73% para los contagios confirmados, 99.36% para los casos recuperados, 96.06% para los casos de muertes y 90.24% para los contagios activos. Con este modelo, se evidencia una reducción de contagios activos y se eleva el número de pacientes recuperados desde los primeros días de mayo hasta el día 430 que corresponde al 20 de junio de 2021, debido al estado de excepción decretado por el Presidente de la República y por el inicio de la aplicación de las primeras vacunas contra la COVID-19.

El modelo de las diferencias divididas genera errores mínimos comparados con los datos reales, lo que garantiza que puede considerarse un buen estimador para predecir los casos de contagios. Los resultados generados por la diferencia numérica, se utiliza por lo general para encontrar aproximaciones de constantes, como la tasa de crecimiento.

Los modelos logísticos de Verhulst simple como el modificado con la variable de confinamiento, no ofrecen buenas estimaciones de predicción en este estudio, debido a que no se conoce con exactitud las tasas de contagios y los porcentajes de confinamiento; incluir la proporción de confinamiento al modelo logístico modificado como medida de restricción, genera una perturbación a la curva de contagios, obteniéndose mejores resultados, pero que es deficiente por la falta de inclusión de otras variables, como la tasa de vacunación, entre otras.

Para trabajos futuros, se debe identificar e incorporar a los modelos logísticos, variables que optimicen el modelo, como la proporción de vacunación, eficacia de las vacunas, tasa de propagación, nuevas variantes de la COVID-19, entre otras, lo que seguramente permitirá mejorar las predicciones de los contagios.

Contribuciones de los autores

En concordancia con la taxonomía establecida internacionalmente para la asignación de créditos a autores de artículos científicos (<https://casrai.org/credit/>). Los autores declaran sus contribuciones en la siguiente matriz:

	Salcedo, F.	Salcedo, G.
Conceptualización		
Análisis formal		
Investigación		
Metodología		
Recursos		
Validación		
Redacción - revisión y edición		

Conflicto de Interés

Los autores declaran que no existen conflictos de interés de naturaleza alguna con la presente investigación.

Referencias

Bhardwaj, R. (2020). A Predictive Model for the Evolution of COVID-19. *Transactions of the Indian National Academy of Engineering*, 5(2), 133-140. <https://bit.ly/3gDcjzD>

- Borzì, A. (2020). *Modelling with Ordinary Differential Equations: A Comprehensive Approach*. Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/10.1201/9781351190398>
- Botha, A. E., & Dednam, W. (2020). A simple iterative map forecast of the COVID-19 pandemic. *arXiv preprint arXiv:2003.10532*. <https://bit.ly/3iMly36>
- Burden, R., Faires, J. & Burden, A. (2017). *Análisis Numérico* (10ma ed.) USA. Cengage Learning.
- Calvas, B. (2021). Datos diarios y acumulativos del COVID-19 para la Provincia de Loja. *COVID-19, Provincia de Loja*. <https://bit.ly/3cMQblg>
- Chapra, S., & Canale, R. (Ed.). (2015). *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill Education.
- Cocconi, M., & Roark, G. (2020). *Predicción de contagios, recuperaciones y casos fatales de COVID-19 en Argentina a través del uso de modelos de regresión no lineal como base para la planificación de recursos hospitalarios*. XIII COINI 2020 UTN FRBA – Congreso Argentino Internacional de Ingeniería Industrial. <https://bit.ly/2TG0TTN>
- Cruz, D. O. (2021). Una perspectiva matemática para el comportamiento del COVID-19 en Boyacá. *Revista Habitus. Semilleros de Investigación*, 1(1), e11504-e11504. Disponible en: <https://bit.ly/3paAEkk>
- de Assis, A. S., & de Carvalho, V. J. (2020). Logistic Approach to COVID-19 Epidemic Evolution in Brazil. *medRxiv*. <https://doi.org/10.1101/2020.06.22.20135921>
- Espinola, M., Racchumí, A., Sanca, S., Espinola, S., Arango, P., Saldaña, C., Paredes, J., & Mejico, M. (2020). Pandemia de COVID-19 y efecto de medidas de contención en población peruana: Un modelamiento matemático SIR. *Revista Del Cuerpo Médico Del HNAAA*, 13(2), 110-115. Doi: <https://doi.org/10.35434/rcmhnaaa.2020.132.656>
- Fernández R. P., Vásconez E., Simbaña K., Gómez L., Izquierdo J. S., Cevallos D., & Ortiz E. (2021). Statistical data driven approach of COVID-19 in Ecuador: R0 and Rt estimation via new method, *Infectious Disease Modelling*, 6, 232-243. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.12.012>
- Jebri, N. (2020). *World Health Organization declared a pandemic public health menace: a systematic review of the coronavirus disease 2019 "COVID-19"*, 24(9), 2784-2795. <https://www.psychosocial.com/article/PR290311/25748/>
- Kim, S., Seo, Y. B., & Jung, E. (2020). Prediction of COVID-19 transmission dynamics using a mathematical model considering behavior changes in Korea. *Epidemiology and health*, 42, e2020026. <https://doi.org/10.4178/epih.e2020026>
- León, J.R., & Vaca, L. (2021). COVID-19 in Ecuador, a view from the Risk management approach. *Geopauta*, 5(1), Disponible en: <https://bit.ly/3fhUqqv>
- Martínez, J. L. F. (2020). Un modelo robusto para la predicción ad-futurum de los efectos de la epidemia del Covid-19. *Documentos de trabajo (FEDEA)*, (7), 1-20. <https://bit.ly/3vCnLRK>

- Mathieu, E., Ritchie, H., Ortiz-Ospina, E., Roser, M., Hasell, J., Appel, C., Giattino, C., & Rodés-Guirao, L. (2021). A global database of COVID-19 vaccinations. *Nature human behavior*. <https://doi.org/10.1038/s41562-021-01122-8>
- Medina J. F., Cortés, M. E., Cortés, M., Pérez, A. D. C., & Manzano, M. (2020a). Estudio sobre modelos predictivos para la COVID-19 en Cuba. *MediSur*, 18(3), 431-442. <https://bit.ly/3gtAGRq>
- Medina, J.F., Cortés, M.E., & Cortés, M. (2020). Ajuste de curvas de crecimiento poblacional aplicadas a la COVID-19 en Cuba. *Revista Habanera de Ciencias Médicas*, 19(Supl.): e3353. <https://bit.ly/3gHvzMv>
- Municipio de Loja. (s.f.). *Loja para todos*. <https://www.loja.gob.ec/contenido/loja>
- OCHA. (2021). Latin America & The Caribbean - Monthly Situation Snapshot. Disponible en: <https://acortar.link/9VP5S>
- Paul, A., Reja, S., Kundu, S., & Bhattacharya, S. (2021). COVID-19 pandemic models revisited with a new proposal: Plenty of epidemiological models outcast the simple population dynamics solution. *Chaos, Solitons & Fractals*, 144, 110697. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110697>
- Rebollo, S. (2020). Un modelo simple para el número de infectados por COVID-19. *Materials matemàtics*, 2020, 1-12. Disponible en: <https://bit.ly/3q8eCPG>
- Registro Oficial del Ecuador. (2020a). Decreto 1017. Declaratoria del estado de excepción por calamidad pública en todo el territorio nacional. Recuperado de: <https://bit.ly/2Sx96ZT>
- Registro Oficial del Ecuador. (2021). Decreto 1291. Declaratoria del estado de excepción por calamidad pública para 16 provincias por calamidad pública ante el embate del contagio acelerado que producen las nuevas variantes de la COVID-19. Recuperado de: <https://bit.ly/2QVJKER>
- Registro Oficial del Ecuador. (2020b). Decreto 1052. Renovación del estado de excepción por calamidad pública en todo el territorio nacional, por los casos de coronavirus confirmados y número de fallecidos a causa de la COVID-19 en Ecuador. Recuperado de: <https://bit.ly/2RO6cQD>
- Robalino, A. (2021). *ecuacovid*. *Andrab S.A.* <https://github.com/andrab/ecuacovid>
- Roda, W. C., Varughese, M. B., Han, D., & Li, M. Y. (2020). Why is it difficult to accurately predict the COVID-19 epidemic?. *Infectious Disease Modelling*, 5, 271-281. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.03.001>
- Sanz, I. (2016). *Modelos epidemiológicos basados en ecuaciones diferenciales* [Trabajo de grado, Universidad de la Rioja]. Disponible en: <https://bit.ly/3wG6wzI>
- Servicio Nacional de Gestión de Riesgos y Emergencias. (2021). *Informe de Situación Nacional por COVID-19*. Disponible en: <https://bit.ly/3fK95tF>
- WHO. (2021). Weekly epidemiological update on COVID-19. 11 de mayo 2021. Disponible en: <https://acortar.link/ub4Nr>

Xiang, Y., Jia, Y., Chen, L., Guo, L., Shu, B., & Long, E. (2021). COVID-19 epidemic prediction and the impact of public health interventions: A review of COVID-19 epidemic models. *Infectious Disease Modelling*. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2021.01.001>